Theorie 3: Vielteilchenphänomene

Sommersemester 2012

Dozent: F. Marquardt

Übungsblatt 3, Abgabe: 10.5. 2012

Präsenzaufgaben

Viele 2-Niveausysteme
Wir betrachten N identische, unabhängige 2-Niveausysteme mit Energien ϵ_0 and $\epsilon_1 = \epsilon_0 + \Delta$, $\Delta \geq 0$.
a) Welche möglichen Energiewerte E_n kann das Gesamtsystem annehmen? Bestimmen Sie jeweils die Anzahl verschiedener Zustände, die Energie E_n. haben. Geben sie damit die Zustandsumme Z_N des Gesamtsystemes an.
b) Die Zustandssumme kann auch anders gefunden werden. Zeigen Sie sich dazu, dass Z_N faktorisiert und durch die Zustandssumme eines einzelnen 2-Niveausystems Z_1 ausgedrückt werden kann.
c) Für eine binomialverteilte Größe m haben wir zuvor gefunden, dass $\sigma^2 = \langle m^2 \rangle - \langle m \rangle^2 = Mp(1-p)$. Finden Sie damit $\langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2$.
d) Berechnen Sie die spezifische Wärme $C = \frac{\partial E}{\partial T}$. Überprüfen Sie den allgemeinen Zusammenhang zwischen C und $\langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2$.

Hausaufgaben

Paramagnet
Betrachten Sie einen Spin $S \geq \frac{1}{2}\hbar$, $2S/\hbar \in \mathbb{N}$. In einem Magnetfeld $B = B_z$ in z-Richtung kann die z-Komponente des Spins die $2(S/\hbar)+1$ Werte $-S$, $(-S+1), \ldots, S$ annehmen. Die Energie des Spins im Magnetfeld ist dann $E_{\sigma_i} = -g\mu_B B_z (S_z/\hbar) =: -\sigma_i \Delta$ mit $\sigma_i = -S/\hbar$, $-(S/\hbar)+1, \ldots, S/\hbar$.
a) Bestimmen Sie die Zustandssumme Z.
b) Finden Sie die Magnetisierung, bzw. $\langle (S_z/\hbar) \rangle$ und skizzieren Sie $\langle S_z/\hbar \rangle$ als Funktion der Temperatur für verschiedene Werte von S. Bestimmen Sie dazu den Grenzwert für $T = 0$ und vergleichen Sie mit dem 2-Niveausystem, um das qualitative Tieftemperaturverhalten zu verstehen.
Für große Temperaturen kann man eine einfache Abschätzung finden, indem man die Besetzungwahrscheinlichkeiten der Zustände, $P_{\sigma_i} = P(E_{\sigma_i})$, im Grenzfall großer Temperatur betrachtet und die Summe im Erwartungswert für große Werte von $|\sigma_i|$ abschätzt.